VENTAJAS DEL EMPLEO DE LOS DIAGRAMAS LOGARÍTMICOS
EN LA ESTADÍSTICA AGRÍCOLA

POR DEMÓSTENES A. SORDELLI (*)

El objeto de este trabajo es dar a conocer el método a seguir para la construcción de gráficos utilizando la escala logarítmica, y al mismo tiempo, destacar sus ventajas con respecto a los otros empleados en estadística.

Si tenemos ante nuestra vista la representación gráfica a escala natural (gráfico 1) de una serie de valores, veremos en ella claramente

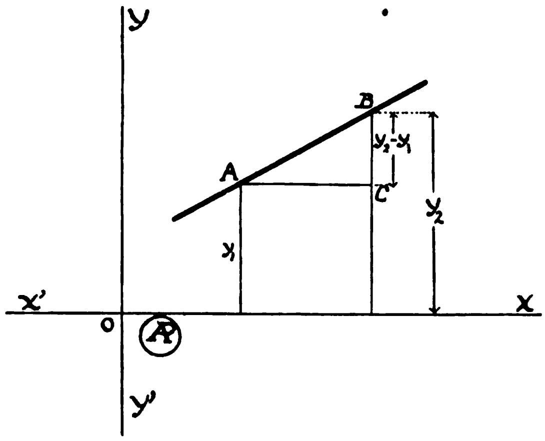

Figura 1

expresadas, las variaciones de la curva, por las unidades positivas o negativas que se van sumando durante el transcurso de la serie.

Efectuando la diferencia entre una ordenada cualquiera y la anterior determinaremos, en su valor *absoluto,* el incremento que ha tenido. Por ejemplo : si representamos por y_1 e y_2 a dos valores consecu-

(*) Alumno de la Facultad de Agronomía y Veterinaria de la Universidad de Buenos Aires. Ayudante de la cátedra de Matemáticas de la misma Facultad.

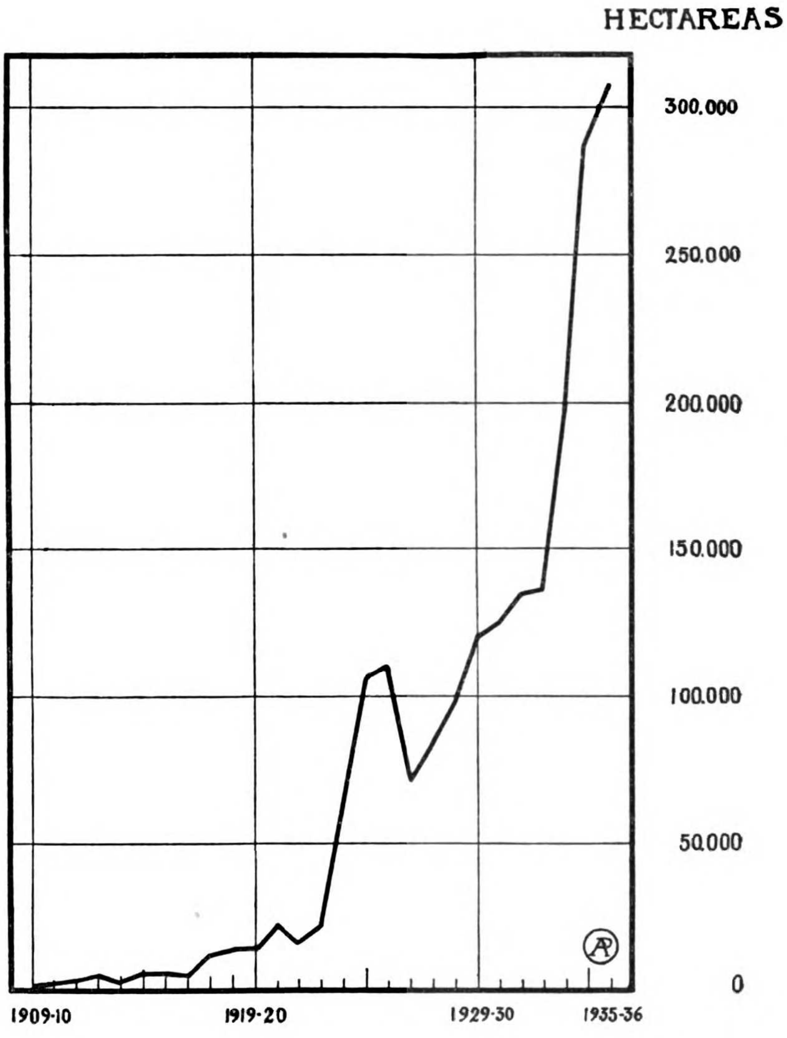

Gráfico 1. — **Representación, a escala natural, del área sembrada con algodonero en la República Argentina durante el período 1909-10—1935-36**

tivos de una producción, tendremos que : $y_2 - y_1$ nos dará el aumento *absoluto* de dicha producción al pasar de y_1 a y_2.

En la figura 1 tenemos dos puntos : A, de ordenada y_1 y B, de ordenada y_2; la diferencia $y_2 - y_1$ está dada en la figura 1, por el segmento $\overline{BC}$, que es el aumento absoluto que ha tenido el valor en A, al pasar al valor en B.

Si queremos estudiar en la curva del gráfico 1 la *importancia* de las variaciones, ello resultará muy complicado.

Supongamos la siguiente serie histórica, referida a una determinada producción en toneladas :

	Toneladas
Año 1933.........	20
» 1934.........	80
» 1935.........	190
» 1936.........	300
» 1937.........	360

El aumento absoluto de 1933 a 1934 es de 60 toneladas, igual que entre 1936 y 1937, pero, el aumento relativo, en el primer caso, está dado por la relación $\frac{80 - 20}{20} = 3$, mientras que en el segundo caso es $\frac{360 - 300}{300} = 0{,}2$. Expresando en porcentajes tendremos, para el primer caso un aumento de $\frac{60 \times 100}{20} = 300$ por ciento y para el segundo un aumento de $\frac{60 \times 100}{300} = 20$ por ciento.

Esto nos indica con toda claridad, que a escala natural, *iguales aumentos absolutos no corresponden a iguales aumentos relativos.*

La representación gráfica a escala logarítmica salva este inconveniente; su aplicación no presenta dificultad.

CONSTRUCCIÓN DE UN DIAGRAMA LOGARÍTMICO

Previamente a la construcción de un diagrama logarítmico, es preciso ordenar cronológicamente los datos, tal como se indica en el cuadro I; colocando primeramente las fechas (columna 1), luego las cantidades, en este caso; superficie en hectáreas (columna 2), y por último, los logaritmos correspondientes a dichas cantidades (columna 3).

Una vez hecho esto, el diagrama se construye de la siguiente manera : en las ordenadas ubicamos los *logaritmos* de las cantidades (valores de la columna 3) en lugar de usar los valores de la columna 2, como hicimos al emplear la escala natural. En las abscisas van los intervalos de tiempo, como en el caso del gráfico 1 construído a escala natural.

De acuerdo con lo explicado, hemos tomado en el gráfico 2 como primer valor, la cantidad 3,24005, logaritmo de 1738, o sea el número de hectáreas sembradas en el año 1909-10. El mismo criterio se aplica para los demás valores.

VENTAJAS DE LOS DIAGRAMAS LOGARÍTMICOS

El diagrama logarítmico es una expresión clara en la cual puede observarse la marcha *relativa* del fenómeno. En efecto, la diferencia entre dos ordenadas, está determinada por la diferencia entre logaritmos, y una diferencia entre logaritmos, es igual al logaritmo de la relación por cociente entre los valores naturales, y por lo tanto los aumentos en un diagrama logarítmico, indican *relaciones*.

Siendo y_1, y_2, y_3 e y_4, los términos de una serie cualquiera para la representación gráfica se consideran los valores $\log y_1$, $\log y_2$, $\log y_3$, $\log y_4$. Si los aumentos entre dos ordenadas fueran iguales, tendríamos que : $\log y_2 - \log y_1 = \log y_4 - \log y_3$, de donde $\log \frac{y_2}{y_1} = \log \frac{y_4}{y_3}$, y por lo tanto $\frac{y_2}{y_1} = \frac{y_4}{y_3}$.

Lo que nos dice que, si en un diagrama logarítmico los aumentos son iguales, lo serán también las *relaciones* entre los valores naturales, y en consecuencia, todos los segmentos de la curva que presentan una misma inclinación o pendiente, señalan aumentos (o disminuciones) de la misma importancia relativa.

Además de esta gran ventaja, el método tiene otras que lo hace de suma utilidad en estadística.

Así, por ejemplo, las funciones exponenciales o irracionales se transforman por el empleo de esta escala, en simples funciones algebraicas.

Una serie de valores a representar a escala natural, puede poseer guarismos muy dispares; y si a causa de los grandes valores reducimos la escala, también se reducirá para los pequeños. Por ejemplo : si tenemos una serie que oscila entre 10 y 10.000.000 de unidades, y se usa la escala 1 : 100.000, el guarismo 10.000.000 quedará representado por un valor de 100 y el guarismo 10, por uno de 0,0001 imposible de señalar en el gráfico. Con el uso de la escala logarítmica, se puede representar cómodamente, tanto los valores peque-

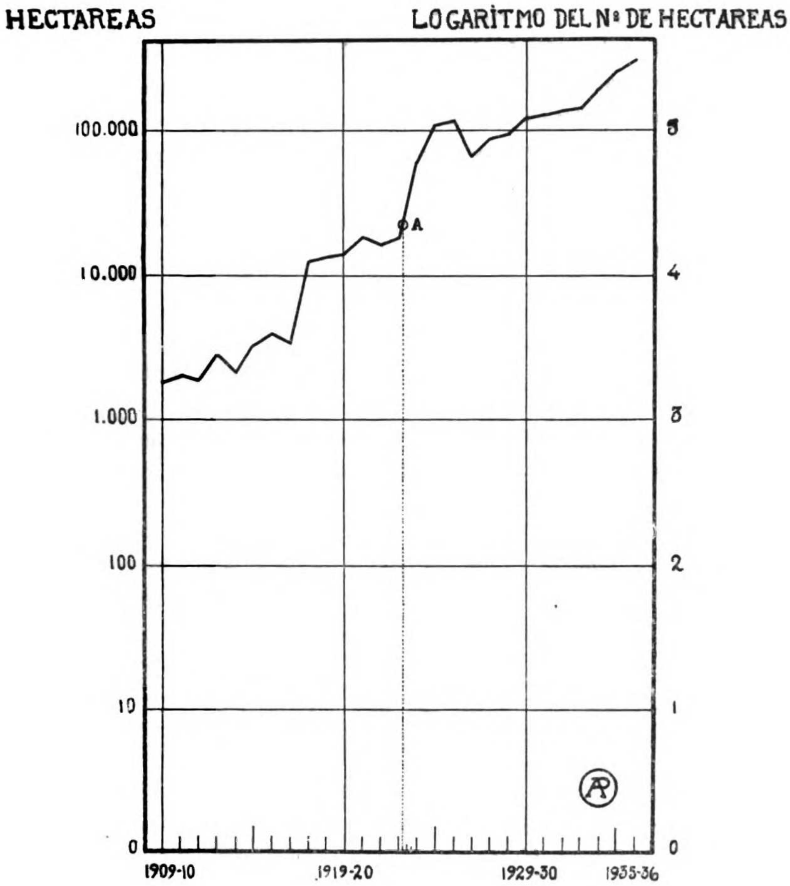

Gráfico 2. — **Representación** gráfica, a escala logarítmica, del área sembrada con algodonero en la **República** Argentina, durante el período 1909-10—1935-36

ños como los grandes, en efecto, en el mismo ejemplo tendremos, $\log 10.000.000 = 7$ y $\log 10 = 1$.

También se podrán representar en un mismo gráfico, dos o más curvas y estudiar la correlación entre las variaciones *porcentuales* de las mismas.

Para aclarar todo lo expuesto, hemos representado a escala logarítmica, la serie de valores (cuadro I) que se refiere al crecimiento de la superficie sembrada con algodonero en la República Argentina desde 1909-10 hasta 1935-36 (gráfico 2).

En esta serie histórica, los valores oscilan entre 1738 y 308.834 hectáreas (cifra menor y mayor, respectivamente), lo que justifica la aplicación de este método de representación, pues, cuando la amplitud de los valores de la serie es pequeña, no es necesario usarlo.

La representación gráfica de la misma serie a escala natural (gráfico 1), permite comparar ambos métodos y comprobar las ventajas señaladas.

La escala logarítmica se puede aplicar indiferentemente a los valores de las ordenadas o de las abscisas, y también para ambos ejes a la vez.

INTERPOLACIÓN DE TÉRMINOS EN UN DIAGRAMA LOGARÍTMICO

Para interpolar un punto cualquiera en un diagrama logarítmico, podemos seguir dos procedimientos : uno gráfico y otro analítico. El

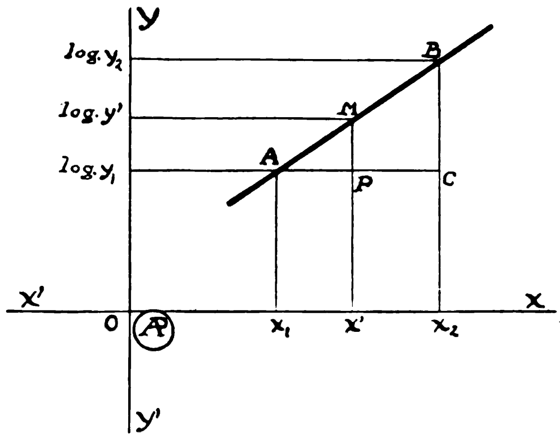

Figura 2

primero no ofrece dificultad, pues lo hacemos directamente sobre la curva, pero si queremos tener una expresión más exacta, recurriremos al procedimiento analítico.

Sea una serie, representada en la figura 2, en la cual queremos interpolar un punto M de abscisa x' y de ordenada log y' *desconocida*.

Como vemos, se han formado dos triángulos rectángulos semejantes : $\overset{\triangle}{ABC}$ y $\overset{\triangle}{AMP}$, y por lo tanto podemos establecer la relación entre sus lados homólogos :

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MP}}{\overline{AP}},$$

pero $\overline{BC} = \log y_2 - \log y_1$, y $\overline{AC} = x_2 - x_1$,

$$\therefore \quad \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\overline{MP}}{\overline{AP}} \quad \text{de donde} \quad \overline{MP} = \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1} \cdot \overline{AP},$$

pero $\overline{AP} = (x' - x_1)$, además $y' = y_1 + \overline{MP}$

$$\therefore \quad \boxed{\log y' = \log y_1 + \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x' - x_1)}$$

EJEMPLO DE INTERPOLACIÓN ANALÍTICA

Sobre la base de esta fórmula, podríamos resolver el problema que se nos plantearía si quisiéramos conocer el logaritmo de la superficie sembrada en hectáreas, correspondiente a un punto A, del gráfico 2. Dicho punto, que hemos tomado al azar, tiene por abscisa la cuarta parte del intervalo 1922-23, 1923-24 ; o sea 1922,25.

Aplicando la fórmula :

$$\log y' = \log y_1 + \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x' - x_1)$$

y buscando en la columna 3 del cuadro I el logaritmo del número de hectáreas,

$$\log y_1 = 4{,}35915$$

$$\log y_2 = 4{,}79697$$

por otra parte, los valores x', x_1, x_2 son conocidos :

$$x_1 = 1922$$

$$x_2 = 1923$$

$$x' = 1922{,}25.$$

Reemplazando:

$$\log y' = 4{,}35915 + \frac{4{,}79697 - 4{,}35915}{1923 - 1922} \times (1922{,}25 - 1922)$$

$$\log y' = 4{,}35915 + \frac{0{,}43782}{1} \times 0{,}25$$

$$\log y' = 4{,}35915 + 0{,}109455$$

$$\log y' = 4{,}468605$$

valor correspondiente al logaritmo del número de hectáreas sembradas, perteneciente al punto A.

Si quisiéramos conocer el número de hectáreas, buscaríamos el antilogaritmo:

$$\log y' = 4{,}468605$$

$$y' = 29.416{,}5 \text{ hectáreas.}$$

Hago notar que el ejemplo dado, persigue una finalidad meramente demostrativa; la interpolación es correcta, sólo en los fenómenos continuos, como ser, temperatura, presión atmosférica, etc., mientras que en este caso las variaciones del área sembrada son discontinuas: en efecto, una vez terminada la siembra del algodonero, en diciembre o enero, el área sembrada es nula hasta septiembre, que es cuando comienza de nuevo.

CUADRO I

Área sembrada con algodonero en la República Argentina

Año agrícola	Hectáreas	Logaritmo del número de hectáreas
1909-10..........	1.738	3,24005
1910-11..........	1.898	3,27830
1911-12..........	1.804	3,25624
1912-13..........	2.800	3,44716
1913-14..........	2.217	3,34577
1914-15..........	3.300	3,51851
1915-16..........	3.690	3,56703
1916-17..........	3.075	3,48785
1917-18..........	11.775	4,07096
1918-19..........	13.135	4,11843
1919-20..........	13.350	4,12548
1920-21..........	23.860	4,37767
1921-22..........	15.615	4,19354
1922-23..........	22.864	4,35915

Año agrícola	Hectáreas	Logaritmo del número de hectáreas
1923-24..........	62.658	4,79697
1924-25..........	104.613	5,01917
1925-26..........	110.058	5,04162
1926-27..........	71.746	4,85579
1927-28..........	85.000	4,92942
1928-29..........	99.000	4,99564
1929-30..........	122.000	5,08636
1930-31..........	127.394	5,10514
1931-32..........	136.159	5,13404
1932-33..........	138.500	5,14145
1933-34..........	195.000	5,29003
1934-35..........	286.147	5,45659
1935-36..........	308.834	5,48972

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

ACERBONI, ARGENTINO, *Representaciones gráficas* (Conferencia pronunciada en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad del Litoral), Rosario, 1927.

FUENTES MARTIAÑEZ, MARIANO, *Tratado elemental de estadística,* Imprenta Juan Pueyo, Madrid, 1933.

JUNTA NACIONAL DEL ALGODÓN, *Anuario del Censo Algodonero de la República Argentina, 1935-36*, Buenos Aires, 1936.

Sumario. — Por medio del desarrollo de un ejemplo práctico: *a)* se señalan las ventajas del uso de los gráficos a escala logarítmica; *b)* se indica el proceso a seguir para confeccionarlos; *c)* se dan las normas para interpretarlos: y *d)* se demuestra cómo se procede a la interpolación analítica de valores.

Sommaire. — Au moyen du développement d'un exemple pratique: *a)* on indique les avantages de l'usage des graphiques à échelle logarithmique; *b)* on indique le procès à suivre pour les confectionner; *c)* on donne les règles pour les interpréter; et *d)* on fait une explication démonstrative du procédé pour obtenir l'interpolation analytique des valeurs.

Summary. — Through the development of a practical example: *a)* the advantage of the use of graphics on a logarithmic scale in shown; *b)* the process for their preparation is shown; *c)* the standards for their interpretation are given; and *d)* process for the analytical interpolation of values is specified.