

Ecuaciones estándar de volumen total para la lenga (*Nothofagus pumilio*) de la margen sur del lago General Vintter y Cerro Colorado, (Provincia de Chubut), Argentina.

G Martínez Pastur, Cecilia Fernández, P Peri y F Boyeras.

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, UNLP, CC 31, (1900) La Plata, Argentina.

Recibido 3 de junio de 1992; aceptado 24 de agosto de 1993.

RESUMEN

Se ajustaron funciones de volumen individual total con corteza para la lenga. Los datos provienen del lago General Vintter y Cerro Colorado, Provincia de Chubut. Los modelos utilizados son de doble entrada o estándar. Los ajustes se hicieron mediante técnicas de regresión lineal simple y múltiple, y fueron analizados estadística y gráficamente dando resultados altamente satisfactorios. Se seleccionó el modelo más simple sobre la base de su aptitud y bondad estadística:

$$VT = a \cdot DAP + b \cdot DAP^2 + c \cdot HT$$

DAP= diámetro a la altura del pecho (cm).

HT= altura total (m).

Posteriormente se construyó una tabla de volumen estándar que permite la cuantificación validada de árboles de 14 a 68 cm de DAP con corteza y 9 a 25 m de altura total.

Palabras claves: *Nothofagus pumilio* - modelo - tabla - volumen - Chubut.

Total volume standard functions for lenga (*Nothofagus pumilio*) on the southern margin of the lago General Vintter and Cerro Colorado (Argentina).

SUMMARY

Individual total volume with bark functions were fitted for lenga. Data were obtained from General Vintter lake and Cerro Colorado, Provincia de Chubut. Models utilized are standard types. The fitting were made using simple and multiple lineal regression technics, and were analyzed statistically and graphically, giving satisfactory results. The model more simple and with better statistics was chosed:

$$TV = a \cdot DBH + b \cdot DBH^2 + c \cdot TH$$

DBH= diameter breast height (cm).

TH= total height (m).

Subsequently a standard volume table was made and permits the valid quantification of trees in the range of 14 to 68 cm DBH with bark and from 9 to 25 m total height.

Key words: *Nothofagus pumilio* - Model - Table - Volume - Chubut.

INTRODUCCION

El presente estudio forma parte de una serie de trabajos que se llevan a cabo en la margen sur del lago General Vintter y al pie del Cerro Colorado en la Provincia del Chubut. En particular, éste fue encarado por la necesidad de encontrar una ecuación de volumen para la lenga (*Nothofagus pumilio* (Poepp. et Endl.) Krasser) aplicable a las distintas combinaciones de exposición y altitud.

El área bajo estudio se encuentra entre los 43° 57' hasta los 44° 04' LS y los 71° 33' hasta los 71° 43' LO, cubriendo una superficie de 5800 ha de bosques que corresponden al tipo forestal Lenga, subtipo forestal bosque puro de Lenga (Uriarte y Grosse, 1991) y fue muestreada por clases de exposición y altitud.

Para la determinación de los volúmenes de los árboles en pie es común el uso de tablas de volumen, a partir de árboles individuales (Friedl et al, 1991). El término tabla de volumen se expresa a través de un gráfico, tabla o ecuación (Clutter et al, 1983). Las ecuaciones definen la relación existente entre el volumen y otras variables altamente correlacionadas con él y más fáciles de medir, como el diámetro (DAP), la altura y la forma (Clutter et al, 1983; Friedl et al, 1991). La variación de la forma tiene menos impacto sobre el volumen que las otras variables (Clutter et al, 1983), por lo que no fue considerada en los modelos. El único antecedente, relacionado con este tipo de trabajos en la zona bajo estudio, es una tabla local de cubicación que estima volumen total con y sin corteza para la lenga en la margen sur del lago General Vintter, construída mediante el método gráfico (Orfila, 1987).

Los objetivos planteados en el presente estudio fueron elaborar un conjunto de ecuaciones estándar de volumen total con corteza para la lenga; y seleccionar un modelo sobre la base de su aptitud y bondad estadística para

la construcción de una tabla de volumen estándar.

MATERIALES y METODOS

Estimación del volumen total

La recolección de datos se realizó obteniendo muestras homogéneamente distribuídas en la superficie bajo estudio. A los árboles se les midió el DAP, altura total, diámetros en cruz con corteza, por medio de una forcípula cada 2 m. La muestra de árboles se seleccionó de manera que se tuviese una cantidad equivalente por clase diamétrica y tratando de cubrir las variaciones de altura.

La determinación de los volúmenes totales se realizó con la fórmula de Smalian (Cailliez, 1980; Clutter et al, 1983) y la del cono, para los extremos superiores (<10 cm de diámetro) (Clutter et al, 1983).

Modelos ajustados

Se ensayaron funciones estándar o de dos variables predictoras. Los ajustes se realizaron sobre la base de técnicas de regresión lineal simple y múltiple.

Evaluación estadística

Se verificó que los supuestos de la regresión lineal no fuesen violados a través del test de Durbin-Watson (autocorrelación de errores), prueba de correlación de rango de Spearman (heterocedasticidad), el ANARE y los coeficientes de regresión parcial (multicolinealidad) (Cantatore de Frank, 1983; Clutter et al, 1983).

Para evaluar y comparar el ajuste de los modelos ensayados y realizar su posterior selección se utilizaron los siguientes parámetros estadísticos: prueba de F, coeficiente

de determinación (r^2), error estándar de la estimación (ESE), coeficiente de variación de los residuos (syx%), prueba de «t» y el análisis de los residuales (ANARE) (Chauchard, 1991; Little y Hills, 1985; Friedl *et al*, 1991; Bonnier y Tedín 1982; Neter y Wasserman, 1973; Sokal y Rohlf, 1984).

En la construcción de los modelos ponderados se utilizó la inversa del diámetro al cuadrado (Cailliez, 1980; Clutter *et al*, 1983).

Validación de los modelos

Se realizó una validación independiente, basada en el análisis de los errores residuales y expresada como una desviación estándar residual o como un porcentaje de la desviación estándar residual (Alder, 1980).

RESULTADOS Y DISCUSION

Muestra

Se cubicaron individuos entre 14,00 y 68,25 cm de DAP y de 8,9 y 24,9 m de altura total (Tabla 1).

Modelos

Se ajustaron modelos de ecuaciones volumétricas, entre los que se encuentran los clásicos citados por la bibliografía y otros no tradicionales (Tabla 2) (Alder, 1980; Cailliez, 1980; Clutter *et al*, 1983; Chauchard, 1991; Denegri y Marlats, 1991; Friedl *et al*, 1991; Little y Hills, 1985; Neter y Wasserman, 1973; Sokal y Rohlf, 1984).

Una gran parte de los modelos presentaron resultados satisfactorios. Algunos autores citan que el r^2 aparece aumentado por la ponderación, por lo que no fue un factor decisivo en la comparación de los diferentes modelos (Yamane, 1979; Chauchard, 1991).

Los valores del índice de Durbin-Watson acercan a la idea que en los modelos ensayados no existiría autocorrelación de errores, ya que los valores críticos no fueron superados según la tabla de valores teóricos (Yamane, 1979).

El índice de Spearman, para cada variable independiente, dio diferencias no significativas en todos los casos al aplicarse la prueba de «t» con n-2 grados de libertad para un 95% de significancia. Por lo que se podría

Tabla 1. Distribución de los árboles incluidos en la muestra por clase diamétrica y altura total.
Distribution of sample trees by diametric range and total height.

DAP (cm)	ALTURA TOTAL (m)						Tot
	8.1-11	11.1-14	14.1-17	17.1-20	20.1-23	23.1-26	
10.1-20.0		4	1				5
20.1-30.0			2				2
30.1-40.0	1	2	1	2			6
40.1-50.0		2	3	3			8
50.1-60.0			3	3	3	1	10
60.1-70.0			1	1		2	4
TOTAL	1	8	11	9	3	3	35

Tabla 2. Modelos de ecuaciones estándar para volumen total.
Models of total volume standard functions.

Nº	FORMULA	AUTOR
1	$VT=a \cdot D \cdot HT$	
2	$VT=a \cdot D^2+b \cdot D^2 \cdot HT+c \cdot HT$	
3	$VT=a \cdot D+b \cdot D^2+c \cdot D \cdot HT+d \cdot D^2 \cdot HT$	
4	$VT=a \cdot D+b \cdot D^2+c \cdot D \cdot HT+d \cdot D^2 \cdot HT+e \cdot HT$	
5	$VT=a+b \cdot D^2+c \cdot D^2 \cdot HT+d \cdot D \cdot HT^2+e \cdot HT^2$	
6	$VT=a \cdot D+b \cdot HT$	
7	$VT=a+b \cdot D+c \cdot HT$	
8	$VT=a+b \cdot D^2+c \cdot HT$	
9	$VT=a \cdot D^2+b \cdot HT$	
10	$VT=a+b \cdot D+c \cdot D^2+d \cdot HT$	
11	$VT=a \cdot D+b \cdot D^2+c \cdot HT$	
12	$VT=a+b \cdot D^2+c \cdot \ln(D)+d \cdot HT$	
13	$VT=a \cdot D^2+b \cdot \ln(D)+c \cdot HT$	
14	$VT=a+b \cdot D \cdot HT$	
15	$VT=a+b \cdot D^2+c \cdot D^2 \cdot HT+d \cdot HT$	Spurr
16	$VT=a+b \cdot D+c \cdot D^2+d \cdot D \cdot HT+e \cdot D^2 \cdot HT$	Stoate
17	$VT=a+b \cdot D+c \cdot D^2+d \cdot D^2 \cdot HT+e \cdot D^2 \cdot HT+f \cdot HT$	Meyer
18	$VT=a \cdot D^2+b \cdot D^2 \cdot HT+c \cdot D \cdot HT^2+d \cdot HT^2$	Meyer
19	$VT=a \cdot D+b \cdot HT+c \cdot D \cdot HT^2+d \cdot D/HT+e \cdot HT/D$	Naslund
20	$VT=a \cdot D+b \cdot HT+c \cdot HT^2+d \cdot D/HT+e \cdot HT/D$	
21	$\ln VT=a \cdot \ln(D)+b \cdot \ln^2(D)+c \cdot \ln(HT)+d \cdot \ln^2(HT)$	
22	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D \cdot HT)$	
23	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D+HT)$	
24	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D)+c \cdot \ln(HT)+d \cdot \ln^2(HT)$	
25	$\ln VT=a \cdot \ln(D)+b \cdot \ln(HT)+c \cdot \ln^2(HT)$	
26	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D)+c \cdot \ln(HT)+d \cdot HT$	
27	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D)+c \cdot \ln(HT)$	
28	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D^2 \cdot HT)$	Sch-Hall
29	$\ln VT=a+b \cdot \ln(D)+c \cdot \ln^2(D)+d \cdot \ln(HT)+e \cdot \ln^2(HT)$	Spurr Prodan

VT= volumen total (m³); D= DAP (cm); HT= altura total (m).

concluir que no se presentaría heterocedasticidad en estos casos.

Al observar los valores de «t» obtenidos de los coeficientes de los modelos elegidos, se puede inferir que no se presentaría multicolinealidad como lo sugiere la bibliografía (Cantatore de Frank, 1983).

Los valores de F obtenidos en todos los modelos ensayados con y sin ponderación, se mostraron altamente significativos al 95% de significancia.

Con respecto a los coeficientes de variación de los residuos (syx%) se observa que las diferencias entre los distintos modelos

ponderados podrían considerarse despreciables. Entre los modelos no ponderados varió entre un 11,66% a un 13,41%.

Modelo seleccionado: Por la simplicidad y por la aptitud el modelo seleccionado es el nº 11 con ponderación:

$$VT = -0.018974 \cdot D + 0.000795 \cdot D^2 + 0.015706 \cdot HT$$

	Coefficiente	Limite inferior	Limite superior
$r^2 = 0.9858$			
ESE = 0.002962 m ³			
F = 798.493	a	-0.02837	-0.00958
ta = -4.1157 **	b	0.00068	0.00091
tb = 13.9639 **	c	0.00453	0.02688
tc = 2.8629 **			

** Intervalos de confianza al 95% de los coeficientes calculados.

El rango de utilización del modelo va desde los 14 hasta los 68 cm de DAP.

En las Figuras 1 y 2 se presentan las relaciones entre las predicciones y las observaciones del volumen total, y la distribución de los residuales en la estimación del volumen total, para este modelo en

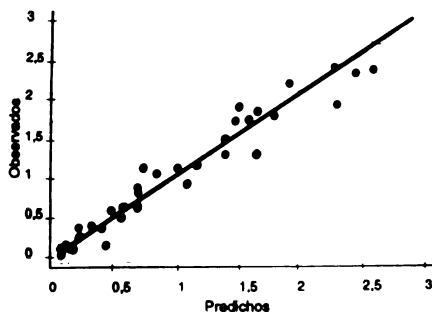


Figura 1. Relaciones entre las predicciones y las observaciones del volumen total. Valores en m³.

Total volume predicted vs observed values.

particular. En los mismos puede observarse el buen ajuste del modelo con los datos obtenidos y la dispersión, que no sigue ningún patrón sistemático.

Ningún residual normalizado superó el rango de \pm tres desviaciones estándar, factor que permite inferir que todos los datos pertenecen a la misma población (Chauchard, 1991).

Validación

Se llevó a cabo con datos de cubicación total con corteza, obtenidos por el método de Huber, citados por Orfila (1987) para la construcción de una tabla de volumen local para la margen sur del Lago Gral Vintter.

Los índices de la validación dieron los siguientes resultados con 24 volúmenes de árboles individuales:

Coefficiente de determinación del error	3,2009%
Desviación estándar residual	0,016014
% Desviación estándar residual	2,2683%

Los resultados son altamente satisfactorios, ya que muestran solo un pequeño error en la validación del modelo seleccionado.

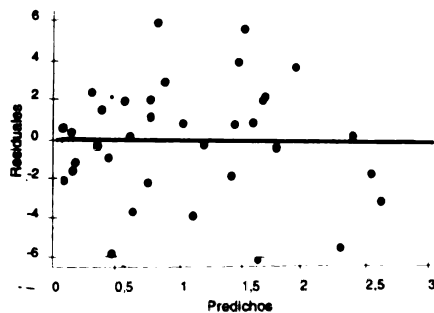


Figura 2. Distribución de los residuales en la estimación del volumen total. Valores en m³.

Residuals distribution in total volume estimation.

Martinez Pastur et al. Ecuaciones estándar del volumen....

Tabla estandar de volumen total con corteza para lenga.
 Total volume with bark standard table fitted for lenga.
 Lago General Vintter - Cerro Colorado. Prov de Chubut.

ALTURA TOTAL									
DAP	9	10	11	12	13	14	15	16	17
14	0.032	0.047	0.063	0.079	0.094	0.110	0.126	0.141	0.157
16	0.041	0.057	0.073	0.088	0.104	0.120	0.136	0.151	0.167
18	0.057	0.073	0.089	0.105	0.120	0.136	0.152	0.167	0.183
20	0.080	0.096	0.111	0.127	0.143	0.158	0.174	0.190	0.206
22	0.109	0.124	0.140	0.156	0.172	0.187	0.203	0.219	0.235
24	0.144	0.160	0.175	0.191	0.207	0.222	0.238	0.254	0.270
26	0.185	0.201	0.217	0.233	0.248	0.264	0.280	0.295	0.311
28	0.233	0.249	0.265	0.280	0.296	0.312	0.328	0.343	0.359
30	0.288	0.303	0.319	0.335	0.350	0.366	0.382	0.398	0.413
32	0.348	0.364	0.380	0.395	0.411	0.427	0.443	0.458	0.474
34	0.415	0.431	0.447	0.462	0.478	0.494	0.509	0.525	0.541
36	0.489	0.504	0.520	0.536	0.551	0.567	0.583	0.599	0.614
38	0.568	0.584	0.600	0.615	0.631	0.647	0.663	0.678	0.694
40	0.654	0.670	0.686	0.702	0.717	0.733	0.749	0.764	0.780
42				0.794	0.810	0.825	0.841	0.857	0.872
44				0.893	0.908	0.924	0.940	0.956	0.971
46				0.998	1.014	1.029	1.045	1.061	1.076
48				1.109	1.125	1.141	1.157	1.172	1.188
50				1.227	1.243	1.259	1.274	1.290	1.306
52							1.399	1.414	1.430
54							1.529	1.545	1.561
56							1.666	1.682	1.698
58							1.809	1.825	1.841
60							1.959	1.975	1.991
62							2.115	2.131	2.147
64							2.278	2.293	2.309
66							2.446	2.462	2.478
68							2.621	2.637	2.653

Volumen total= m³; DAP= cm; Altura Total= m.

Tabla estandar de volumen total con corteza para lenga.
 Total volume with bark standard table fitted for lenga.
 Lago General Vintter - Cerro Colorado. Prov de Chubut.

ALTURA TOTAL								
DAP	18	19	20	21	22	23	24	25
30	0.429	0.445	0.460					
32	0.490	0.505	0.521					
34	0.557	0.572	0.588					
36	0.630	0.646	0.661					
38	0.710	0.725	0.741					
40	0.796	0.811	0.827					
42	0.888	0.904	0.920					
44	0.987	1.003	1.018					
46	1.092	1.108	1.124					
48	1.204	1.219	1.235					
50	1.322	1.337	1.353					
52	1.446	1.461	1.477	1.493	1.509	1.524	1.540	1.555
54	1.576	1.592	1.608	1.623	1.639	1.655	1.671	1.686
56	1.713	1.729	1.745	1.760	1.776	1.792	1.808	1.823
58	1.857	1.872	1.888	1.903	1.919	1.935	1.951	1.966
60	2.006	2.022	2.038	2.053	2.069	2.085	2.100	2.116
62	2.162	2.178	2.194	2.209	2.225	2.241	2.257	2.272
64	2.325	2.340	2.356	2.372	2.388	2.403	2.419	2.435
66	2.493	2.509	2.525	2.541	2.556	2.572	2.588	2.603
68	2.669	2.684	2.700	2.716	2.731	2.747	2.763	2.778

Volumen total= m³; DAP= cm; Altura Total= m.

CONCLUSIONES

Se observó un mejor ajuste y aptitud en los modelos que fueron ponderados por la inversa del DAP elevado al cuadrado. El error estándar de la estimación disminuyó notablemente. En cuanto al modelo seleccionado, menos del 2% de la variación del volumen total con corteza no es explicada por el DAP, la altura total y sus transformaciones algebraicas. El coeficiente de variación de los residuos resultó menor al 1%. Los gráficos de los

residuos del modelo seleccionado no presentan ninguna tendencia y los de los valores predichos versus observados confirman el ajuste.

El coeficiente de determinación del error dió un 3,2% en la validación independiente del modelo.

Por la alta significancia de su ajuste y su simplicidad, el modelo seleccionado permite la confección de una tabla estándar de volumen total con corteza.

Martinez Pastur et al. La regeneración de plantas de maíz...

AGRADECIMIENTOS

Al Sr A Focke por su valiosa ayuda en la toma de datos. A la Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales (UNLP) por el apoyo brindado. Al Ing E Wabo del Departamento de

Silvicultura por el apoyo técnico para la campaña y por la revisión y corrección de este trabajo y al Ing J Marquina por sus positivas sugerencias.

BIBLIOGRAFIA

- Alder D (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos: Predicción del rendimiento. Vol 22/2. FAO-Roma.
- Bonnier G y O Tedin (1982). Bioestadística, los métodos estadísticos para la valoración de experimentos biológicos. Ed Acribia.
- Calliez F (1980). Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos: Estimación del volumen. Vol 22/1. FAO-Roma.
- Cantatore de Frank N (1983). Manual de estadística aplicada. Tomo II. Ed Hemisferio Sur.
- Clutter J, J Fortson, L Pienaar, G Brister y R Bailey (1983). Timber management: a quantitative approach. Wiley & sons.
- Chauchard L (1991). Familia de funciones de volumen de lenga (*Nothofagus pumillo* (Poepp et Endl) Krasser). Actas de las VI Jornadas Técnicas: Inventarios-Modelos de producción y crecimientos forestales. Eldorado. Pag 26-39.
- Denegri G y R Mariats (1991). *Populus deltoides*: modelo matemático aplicado a la construcción de una tabla de Volumen para el Delta Bonaerense. Actas de las VI Jornadas Forestales: Inventarios-Modelos de producción y crecimientos forestales. Eldorado. Pag 49-56.
- Friedl R, R Costas, D Malocco, L Grance y J Palavecino (1991). Construcción de tablas de volúmenes estándares para *Araucaria angustifolia* (Bert) O Ktze. Actas de las VI Jornadas Técnicas: Inventarios-Modelos de producción y crecimientos forestales. Eldorado. Pag 57-68.
- Little, T y J Hills (1985). Métodos estadísticos para la investigación en la agricultura. Ed Trillas.
- Neter J y W Wasserman (1973). Fundamentos de estadística. Compañía Ed Continental.
- Orfila E (1987). Tabla local de cubicación para *Nothofagus pumillo* (Poepp et Endl) Krasser, en la margen sur del lago General Vintter, provincia de Chubut - República Argentina. Rev Fac de Agron. La Plata 63:62-68.
- Sokal R y J Rohlf (1984). Introducción a la bioestadística. Ed Reverté.
- Uriarte A y H Grosse (1991). Los bosques de lenga. Una orientación para su uso y manejo (recopilación bibliográfica). Informetécnico n°126. CORFO-INFOR.
- Yamane T (1979). Estadística. Ed Haría.